基于修正交错网格方案的 RFG-FFT 算法

谢家烨[1,2],庞丽莉[1],钱晓霞[1],卢松玉[1]
(1. 南京工程学院工业中心,江苏南京 211167; 2. 东南大学毫米波国家重点实验室,江苏南京 210096)

摘　要: 本文提出了修正的交错网格方案结合基于快速傅里叶变换(FFT)的算法,用于减少快速算法中近场修正矩阵的计算负担. 该方案首先使用两套交错的网格分别用于场点和源点的投影,其后为了进一步提高拟合精度,对部分网格间的格林函数值进行了修改. 实验表明将提出的方案与实系数拟合格林函数 FFT 方法结合,提高了近场拟合元素的精度,因此减少了近场修正矩阵中元素的个数. 从而,新的方案降低了总的内存需求和计算时间.

关键词: 基于 FFT 的快速算法; 实系数拟合格林函数 FFT 方法; 交错网格; 近场修正矩阵; 格林函数
中图分类号: TN011　　**文献标识码:** A　　**文章编号:** 0372-2112 (2017)10-2402-07
电子学报 URL: http://www.ejournal.org.cn　　**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.10.013

The RFG-FFT Based on Modified Dislocated Grids Scheme

XIE Jia-ye[1,2], PANG Li-li[1], QIAN Xiao-xia[1], LU Song-yu[1]
(1. *Industrial Center, Nanjing Institute of Technology, Nanjing, Jiangsu* 211167, *China*;
2. *State Key Laboratory of Millimeter Waves, Southeast University, Nanjing, Jiangsu* 210096, *China*)

Abstract: In this paper a modified dislocated grids scheme combined with the FFT-based method is proposed to reduce the burden of the near correction matrix. The scheme first adopts two sets of dislocated Cartesian grids that are respectively applied to projections of the field points and the source points. Then parts of Green's function values are modified for further improving the accuracy of fitting. When the proposed scheme is applied to the Real coefficients Fitting Green's function Fast Fourier Transformation, the number of near correction elements is reduced. Compared with the traditional uniform grid scheme, the new scheme has lower total memory requirement and higher calculation speed.

Key words: the FFT-based method; RFG-FFT (the Real coefficients Fitting Green's function Fast Fourier Transformation method); dislocated grids; near correction matrix; Green's function

1　引言

矩量法(MoM)[1]是一种常被用于分析电磁场散射或者辐射问题的有效工具. 但是由于其高复杂度,MoM 的使用被极大地限制. 因此一些快速算法被提出,这些算法都用于加速迭代时的矩阵向量积,同时减小了内存需求. 快速算法可以分为:基于加法原理的快速算法[2,3],基于快速傅里叶变换(FFT)的快速算法[4~9],基于矩阵压缩的快速算法[10~12]. 本文研究的对象是基于 FFT 的快速算法,相对于其他快速算法,基于 FFT 的快速算法具有通用性强以及适用频带宽的优点.

基于 FFT 的快速算法包括自适应积分方法(AIM)[4]、预修正 FFT 算法(P-FFT)[5]、积分方程 FFT 方法(IE-FFT)[6]和拟合格林函数 FFT 方法(FG-FFT)[7]. 总的来说,P-FFT/FG-FFT 的精度高于 AIM/IE-FFT 的精度[13,14],并且在这些算法中 FG-FFT 具有简洁且精度高的特点,近年来其得到了进一步地研究与发展[14~16].

基于 FFT 的快速算法在计算面积分方程时,内存需求和计算复杂度分别为 $O(N^{1.5})$ 和 $O(N^{1.5}\log N)$. 众所周知,对于电大目标,基于 FFT 的快速算法的近场修正矩阵仍需消耗大量内存以及填充时间. 虽然使用较粗的网格间距能减小远场 FFT 的计算负担,但同时却增加了近场的负担. 为了减小近场修正矩阵的内存需求,文献[17,18]中提出浮动模板技术,数值实验表明浮动模板技术对于体积分方程是有效的,但是对于面

收稿日期:2016-04-27;修回日期:2016-10-17;责任编辑:李勇锋
基金项目:江苏省高校自然科学研究基金(No. 15KJB510014);南京工程学院博士启动基金(No. YKJ201443, No. YKJ201444);东南大学毫米波国家重点实验室开放基金(No. K201718)

积分方程,效果不明显. 另外,实系数拟合格林函数 FFT 方法(RFG-FFT)被提出[15]用于减少系数矩阵的存储需求. RFG-FFT 的系数矩阵内存是 FG-FFT 系数矩阵内存的一半,同时保持了 FG-FFT 的高精度.

在本文中,一个新颖的修正的交错网格方案应用于基于 FFT 的快速算法中. 相对于传统的统一的笛卡尔网格,新的方案能够提高近元素的拟合精度. 这里的近元素指的是在传统的统一笛卡尔网格下,基函数的展开盒子与测试函数的展开盒子相交的元素. 在传统的统一笛卡尔网格下,近元素一定是属于近场修正矩阵. 而在本文提出的方案中,因为提高了近元素的拟合精度,所以部分近元素将属于远场矩阵. 因此,新方案显著地节约了近场修正矩阵的内存需求,同时,提出的方案明显地减少了近场修正矩阵的填充时间. 本文提供的数值例子表明新方案相对于传统的统一网格方案,能够减小约 35% 总内存需求和约 50% 的计算时间. 在下文中,λ 总是代表自由空间的波长.

2　基于 FFT 的快速算法

2.1　总体框架

电场积分方程(EFIE)常被用于分析自由空间中 PEC 的三维电磁问题. 在使用 MoM 后,其积分方程转化为矩阵方程:

$$\boldsymbol{ZI} = \boldsymbol{V} \tag{1}$$

这里 $\boldsymbol{Z}$,$\boldsymbol{I}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 分别表示矩量法矩阵,电流系数向量和激励向量.

对于基于 FFT 的快速算法,$\boldsymbol{Z}$ 被分为两部分

$$\boldsymbol{Z} = (\boldsymbol{Z} - \boldsymbol{Z}^{\mathrm{far}}) + \boldsymbol{Z}^{\mathrm{far}} \cong \boldsymbol{Z}^{\mathrm{near}} + \boldsymbol{Z}^{\mathrm{far}} \tag{2}$$

这里 $\boldsymbol{Z}^{\mathrm{far}}$ 可以被表示为:

$$\boldsymbol{Z}^{\mathrm{far}} = \mathrm{j}k_0\eta_0\boldsymbol{\Pi}\cdot G\cdot\boldsymbol{\Pi}^{\mathrm{T}} - \mathrm{j}\frac{\eta_0}{k_0}\boldsymbol{\Pi}_d\cdot G\cdot\boldsymbol{\Pi}_d^T \tag{3}$$

其中 η_0 和 k_0 分别是自由空间波阻抗和波数,j 表示复单位,$\boldsymbol{\Pi}$ 和 $\boldsymbol{\Pi}_d$ 是系数的稀疏矩阵. 在基于 FFT 的快速算法中矩阵向量积 $\boldsymbol{Z}^{\mathrm{far}}\boldsymbol{I}$ 是利用 FFT 加速计算的. $\boldsymbol{Z}^{\mathrm{near}}$ 是近场修正矩阵,其定义是($\boldsymbol{Z}$-$\boldsymbol{Z}^{\mathrm{near}}$)中近场部分. 因为 $\boldsymbol{Z}^{\mathrm{near}}$ 只能直接计算和完全存储,因此在基于 FFT 的快速算法中主要的内存需求和计算时间被 $\boldsymbol{Z}^{\mathrm{near}}$ 消耗.

2.2　RFG-FFT

在 RFG-FFT 算法中,通过下面的超定方程组的求解获得了投影系数[15]

$$\begin{bmatrix}\mathrm{RE}(G(\boldsymbol{r}_t,\boldsymbol{q}))\\ \mathrm{IM}(G(\boldsymbol{r}_t,\boldsymbol{q}))\end{bmatrix} = \sum_{v\in C_n}\pi^q_{v,C_n}\begin{bmatrix}\mathrm{RE}(G(\boldsymbol{r}_t,\boldsymbol{v}))\\ \mathrm{IM}(G(\boldsymbol{r}_t,\boldsymbol{v}))\end{bmatrix} \tag{4}$$

这里 $\boldsymbol{C}_n$ 是源点 $\boldsymbol{q}$ 的展开盒子,$\boldsymbol{v}$ 是 $\boldsymbol{C}_n$ 内的笛卡尔网格节点,$\boldsymbol{r}_t$ 是一组球面上的测试点,投影系数 π^q_{v,C_n} 是待定的. RE(·)和 IM(·)分别代表实部和虚部. 因为等式(4)两边都是实数,因此待定系数 π^q_{v,C_n} 也是实数. 在相同条件下,RFG-FFT 的系数矩阵内存是 FG-FFT 系数矩阵内存的一半,同时数值实验表明 RFG-FFT 保持了 FG-FFT 的高精度.

3　修正的交错网格方案结合基于 FFT 的快速算法

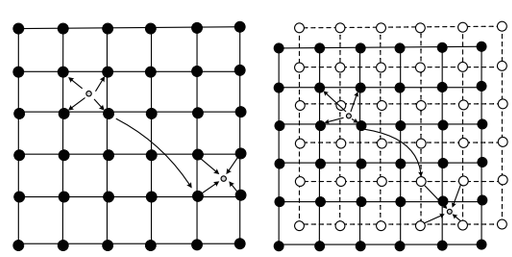
3.1　传统的统一网格

在传统的基于 FFT 的快速算法中,场点和源点均投影到统一的笛卡尔网格,如图 1(a)所示. 在这种情况下,近元素的拟合值就会出现奇异性. 为了实现数值计算,奇异值使用一个常数代替,这必然带来明显的误差. 因此这些近元素必须使用矩量法进行修正. 所以,使用传统的统一笛卡尔网格近元素必然属于近场修正矩阵.

虽然较粗的网格间距能减小远场矩阵 FFT 的计算负担,却进一步加重了近场修正矩阵的内存需求. 而较细的网格正好相反,因此,选取什么样的网格间距需要做一个平衡. 数值例子显示,对于 FG-FFT 和 RFG-FFT 算法网格间距为 0.2λ 是一个合适的选择[7,14,15]. 然而在这样的网格间距下,近场修正矩阵占据了大量的内存和时间消耗. 对于面积分方程即使采用了浮动模板技术,这样的状况没有得到有效的改善.

3.2　新颖的交错网格

为了避免拟合格林函数的奇异性,本文首先采用新颖的交错笛卡尔网格方案. 不同于传统的统一网格,这个方案采用两套交错的笛卡尔网格分别用于场点和源点的投影. 一个简单的实现交错的方法是:两套笛卡尔网格的网格间距均为 h,在三维空间中,第二套网格比第一套网格起点位置落后($h/2$,$h/2$,$h/2$). 这个方案和传统的统一网格方案的区别显示在图 1 中. 如图 1(b)所示,对于新的方案,当源点投影到实心的笛卡尔网格节点时,场点投影到空心的笛卡尔网格节点. 在新的方案中,即使场点和源点离的非常近,其格林函数拟合值也能避免奇异性. 但是我们需要讨论下面两个重要的问题.



(a)传统的统一网格　　(b)新颖的交错网格

图1　两种不同网格的投影示意图

(1)近元素的拟合精度

新方案能否提高近元素的拟合精度是一个至关重要的问题. 后面的误差测试实验将显示出新的方案提

高了近元素的拟合精度. 因此,在新方案中,部分近元素能够被近似计算,而不需要进行修正. 所以相对于传统的统一网格方案,在相同的网格间距条件下,新方案显著地减少了近场修正矩阵的元素的个数.

(2)系数矩阵的内存需求

在传统的基于 FFT 的快速算法中,统一的网格用于场点和源点的投影,因此场点的系数矩阵与源点的系数矩阵是相同的. 而提出的方案中,有两套交错的网格,分别用于场点和源点. 因此对于场点的系数矩阵和源点的系数矩阵是不同的. 对于新方案,方程(3)应修改为:

$$Z^{\mathrm{far}} = \mathrm{j}k_0\eta_0 \boldsymbol{\Pi}' \cdot G \cdot \boldsymbol{\Pi}^{\mathrm{T}} - \mathrm{j}\frac{\eta_0}{k_0}\boldsymbol{\Pi}_d' \cdot G \cdot \boldsymbol{\Pi}_d^T \tag{5}$$

比较式(3)和(5),新的方案比传统方案需要多存储四个系数矩阵($\boldsymbol{\Pi}$和 $\boldsymbol{\Pi}_d'$),其系数矩阵的存储需求正好是传统方案的两倍.

为了趋利避害,我们需要采取下面两方面措施:

(1)新方案更加适合较粗的网格间距. 随着网格间距的增加,近场修正矩阵消耗内存的比例也随之增加. 数值例子显示对于传统方案,当网格间距 $h = 0.2\lambda$ 时,近场修正矩阵内存占总内存的约 80%.

(2)新方案结合 RFG-FFT 是一个好的选择. 在相同条件下,RFG-FFT 对系数内存的需求是 FG-FFT 的一半,同时 RFG-FFT 的精度保持几乎与 FG-FFT 相同的水平.

3.3 误差测试实验一

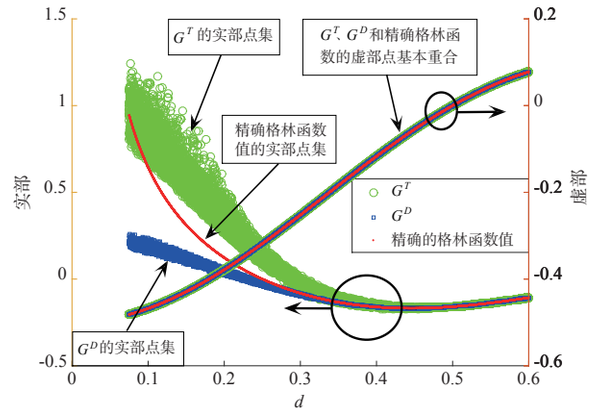
在这个例子中,我们将去检验采用交错网格方案得到的拟合格林函数的精度. 实验中一个波长视为 1 个单位长度. 我们首先选取 14 个区间 $\left[\frac{h}{2}+\left(\frac{h}{4}\right)\times i, \frac{h}{2}+\left(\frac{h}{4}\right)\times(i+1)\right]$, $i=0,\cdots,13$,在每个区间中随机选取 1000 个点,作为场点 $\boldsymbol{r}$ 和源点 $\boldsymbol{r}$的距离,距离记为 d. 同时,对于每个距离随机产生 $\boldsymbol{r}$ 和 $\boldsymbol{r}'$: $\boldsymbol{r}$ 和 $\boldsymbol{r}$的展开盒子的网格间距都是 h,阶都是 $M=2$. $\boldsymbol{r}$的展开盒子 $\boldsymbol{C}_n$ 的起点设置为$\left(\left[\frac{r'}{h}\right]-1\right)\times h$,这里[·]表示向下取整. 为了比较计算传统的统一网格方案和交错网格方案,$\boldsymbol{r}$ 有两套展开盒子分别记为 $\boldsymbol{C}_m^T$ 和 $\boldsymbol{C}_m^D$. 起点分别取为:

$\boldsymbol{C}_m^T$ 的起点:$\left(\left[\frac{r}{h}\right]-1\right)\times h$

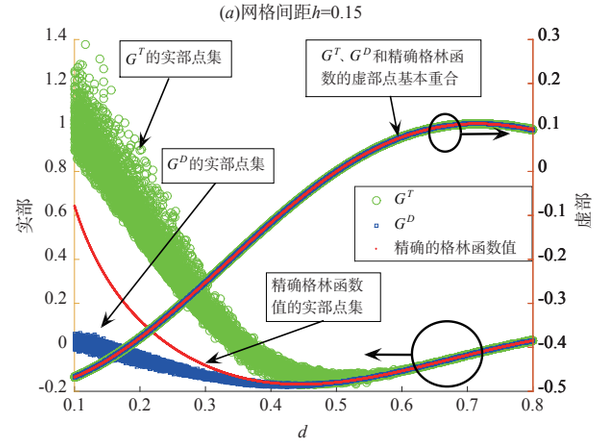
$\boldsymbol{C}_m^D$ 的起点:$\left(\left[\frac{r-r_0}{h}\right]-1\right)\times h, \boldsymbol{r}_0=\left(\frac{h}{2},\frac{h}{2},\frac{h}{2}\right)$

使用 $\boldsymbol{C}_m^T$ 和 $\boldsymbol{C}_m^D$ 计算出来的格林函数分别记为 G^T和 G^D,其表达公式如下:

$$G^T(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') = \sum_{\boldsymbol{u}\in \boldsymbol{C}_m^T}\sum_{\boldsymbol{v}\in \boldsymbol{C}_n} \pi^{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{u},\boldsymbol{C}_m^T} G(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})\pi^{\boldsymbol{r}'}_{\boldsymbol{v},\boldsymbol{C}_n} \tag{6}$$



(a)网格间距h=0.15



(b)网格间距h=0.2

图2 格林函数实部和虚部值比较

$$G^D(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') = \sum_{\boldsymbol{u}\in \boldsymbol{C}_m^D}\sum_{\boldsymbol{v}\in \boldsymbol{C}_n} \pi^{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{u},\boldsymbol{C}_m^D} G(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})\pi^{\boldsymbol{r}'}_{\boldsymbol{v},\boldsymbol{C}_n} \tag{7}$$

这里的系数($\pi^{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{u},\boldsymbol{C}_m^T}$, $\pi^{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{u},\boldsymbol{C}_m^D}$和 $\pi^{\boldsymbol{r}'}_{\boldsymbol{v},\boldsymbol{C}_n}$)均采用 RFG-FFT 方法计算[15]. $\boldsymbol{v}$ 是 $\boldsymbol{C}_n$ 内的笛卡尔网格节点,$\boldsymbol{u}$ 是 $\boldsymbol{C}_m^T$($\boldsymbol{C}_m^D$)内的笛卡尔网格节点.

因为 $\boldsymbol{C}_n$ 与 $\boldsymbol{C}_m^D$ 是交错的,因此式(7)中没有奇异性. 与之相反,式(6)是有奇异性的. 为了实现数值计算,在式(6)中计算格林函数值时,采用一种常见的方法:若 $R=\|\boldsymbol{u}-\boldsymbol{v}\|\leqslant 0.01$,则规定 $R=\|\boldsymbol{u}-\boldsymbol{v}\|=0.01$.

对每个网格间距 h 分别取上述 14000 个距离,分别计算 G^T、G^D 以及精确的格林函数并将其点集记录在图 2 中,这里我们分别取了 $h=0.15$ 和 $h=0.2$. 由于从图 2 中可以看出拟合值虚部的误差很小,因此在表 1 中,我们只计算并记录部分重要区间拟合值实部的均方根误差(RMSE). 其中均方根误差定义为:

$$\mathrm{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{K}\sum_{m=1}^{K}\left|RE\left(G^{\mathrm{Calculated}}(\boldsymbol{r}_m,\boldsymbol{r}_m')-G(\boldsymbol{r}_m,\boldsymbol{r}_m')\right)\right|^2} \tag{8}$$

这里的 K 是每个区间的点的个数,在本例中 $K=1000$, $G^{\mathrm{Calculated}}$分别表示 G^T或 G^D,G 是精确的格林函数值.

表 1　采用传统的统一网格方案与交错网格方案计算的格林函数实部的均方根误差(RMSE)

距离 d	$h=0.15$		$h=0.2$	
	传统网格	交错网格	传统网格	交错网格
$[1.25h,1.5h]$	2.27E-1	7.38E-2	3.24E-1	6.82E-2
$[1.5h,1.75h]$	1.50E-1	3.56E-2	2.11E-1	3.37E-2
$[1.75h,2h]$	8.67E-2	1.58E-2	1.22E-1	1.58E-2
$[2h,2.25h]$	4.34E-2	6.72E-3	6.20E-2	6.68E-3
$[2.25h,2.5h]$	1.92E-2	2.43E-3	2.70E-2	2.55E-3
$[2.5h,2.75h]$	7.75E-3	8.67E-4	1.15E-2	9.39E-4
$[2.75h,3h]$	2.59E-3	3.78E-4	3.66E-3	4.50E-4
$[3h,3.25h]$	6.60E-4	2.20E-4	9.71E-4	2.78E-4

从上述图表中可以得出下列结论:

(1)从图 2 中可以看出,拟合误差主要来自实部,虚部的拟合精度都很高.

(2)从图 2 和表 1 中可以看出,传统的统一网格方案在 $d\leqslant 2.5h$ 时,其误差已经较大,已经不能直接使用,需要进行修正.

(3)交错网格方案明显地提高了近元素的拟合精度. 其中在 $d\geqslant 2h$ 时,精度都小于 1%.

(4)交错网格方案的值较传统的统一网格方案值更为集中,虽然在 $d\leqslant 2h$ 范围内,虽有了一定的误差,但从图 2 中明显能看出交错网格方案拟合曲线只是略低于真实格林函数曲线.

3.4　修正的交错网格方法

为了进一步提高拟合值的精度,本文提出修正的交错网格方法. 具体做法是使用下面定义的 $G'(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})$ 式(7)中的 $G(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})$:

$$G'(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})=\begin{cases}\dfrac{1}{4\pi}\left(\dfrac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR}}{R}+\dfrac{1}{5R}\right), & R=\dfrac{\sqrt{3}h}{2}\\ G(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}), & R>\dfrac{\sqrt{3}h}{2}\end{cases}\tag{9}$$

这里的 $R=\|\boldsymbol{u}-\boldsymbol{v}\|$. 实际上,$G'$只是对两套交错网格中距离最近的点的函数值进行修正. 这里需要注意的,式(9)中的修改值是通过大量数值实验获得的,由于文章篇幅限制,本文没有将不同的修改值对拟合精度的影响一一列举,仅给出了这个最优的修正值. 当然这里的最优是通过大量实验数据在统计意义下的最优.

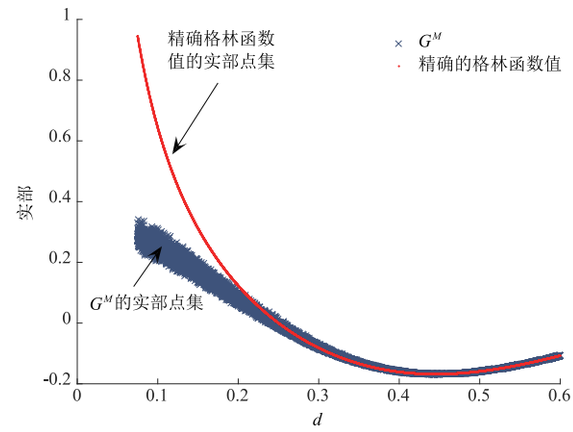
3.5　误差测试实验二

本实验仍然采用实验一中的测试点集,我们利用修正的交错网格方案进行再次计算. 修正的交错网格方案是基于交错网格方案,因此场点 $\boldsymbol{r}$ 的展开盒子仍为 $\boldsymbol{C}_m^D$,计算出来的格林函数记为 G^M. 其表达公式如下:

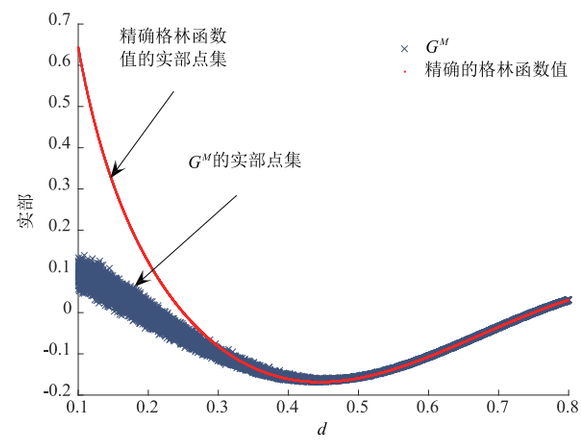
$$G^M(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')=\sum_{\boldsymbol{u}\in\boldsymbol{C}_m^D}\sum_{\boldsymbol{v}\in\boldsymbol{C}_n}\pi^{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{u},\boldsymbol{C}_m^D}G'(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})\pi^{\boldsymbol{r}'}_{\boldsymbol{v},\boldsymbol{C}_n}\tag{10}$$

在这个实验中,我们只记录部分重要区间实部的点集,并显示在图 3 中,将其均方根误差记录在表 2 中. 其中均方根误差仍采用式(8),只是在本例中 $G^{\mathrm{Calculated}}$ 为 G^M.

比较图 2 和图 3 可以看出,此时点集与精确的格林函数实部的点集更加重合. 由表 1 和表 2 中的数据比较可知,修正的交错网格方法在 $d\geqslant 1.75h$ 区间里都能保持较高的精度. 交错网格方案以及修正的交错网格方案分别应用到基于 FFT 的快速算法中精度如何,我们将在下节中,利用数值例子进行说明.



(a) 网格间距h=0.15



(b) 网格间距h=0.2

图3　修正的交错网格方案计算的格林函数实部与其精确格林函数实部比较

表 2　采用修正的交错网格方案计算的格林函数实部的均方根误差(RMSE)

距离 d	$h=0.15$	$h=0.2$	距离 d	$h=0.15$	$h=0.2$
$[1.25h,1.5h]$	4.07E-2	3.62E-2	$[2.25h,2.5h]$	3.96E-3	3.66E-3
$[1.5h,1.75h]$	1.32E-2	1.18E-2	$[2.5h,2.75h]$	2.43E-3	2.29E-3
$[1.75h,2h]$	5.17E-3	4.62E-3	$[2.75h,3h]$	1.31E-3	1.29E-3
$[2h,2.25h]$	5.03E-3	4.62E-3	$[3h,3.25h]$	5.87E-4	6.19E-4

4　数值仿真算例

在本节中提供几个数值例子验证交错网格以及修正的交错网格方案的计算精度和效率. $\boldsymbol{\psi}_m(\boldsymbol{\psi}_n)$是测试(基)函数,$\boldsymbol{C}_m(\boldsymbol{C}_n)$是其展开盒子. 在传统方案中当 $\boldsymbol{C}_m$

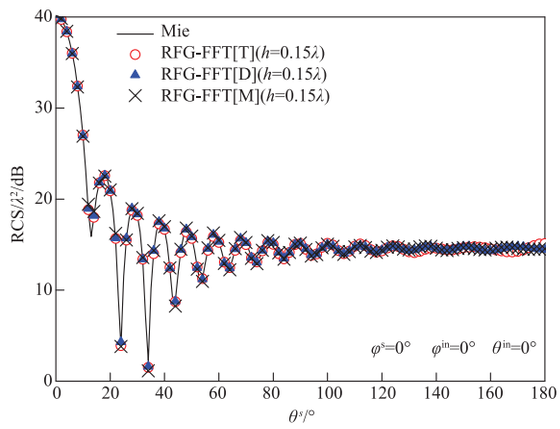
和 $\boldsymbol{C}_n$ 相交时,此元素视为近场元素. 在交错网格方案以及修正的交错网格方案的中,当 $\boldsymbol{\psi}_m$ 和 $\boldsymbol{\psi}_n$ 间最小距离小于 1.75h 时,元素视为近场元素. 下面的例子都使用 EFIE 进行求解. 为了简洁记录,我们使用[T]、[D]和[M]分别表示采用的是传统的统一网格方案、交错网格方案,以及修正的交错网格方案. 所有的例子使用双精度、8CPU 并行,FFT 代码来自 FFTW[19].

4.1 算例一 PEC 球

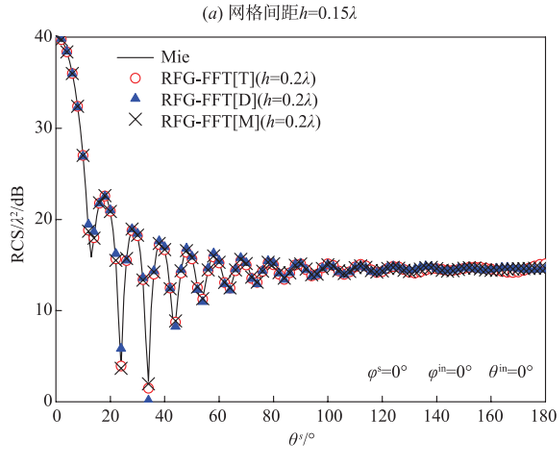
为了验证新方案的正确性,一个半径为 3λ 的球被用来计算其散射. 这个球面使用 0.1λ 离散,共计产生 40935 个 RWG 基函数. 使用交错网格方案、修正的交错网格方案,以及传统的统一网格方案进行计算. 其计算出来的双站 RCS 曲线与 Mie 级数的解相比较,并展示在图 4 中. 从图中,可以看出这些曲线都比较的吻合,说明其方案的正确性. 相关的数据记录在表 3 中,其中的均方根误差(RMSE)使用下面式子定义:

$$\mathrm{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{K}\sum_{m=1}^{K}\left|\mathrm{RCS}_m^{\mathrm{Calculated}} - \mathrm{RCS}_m^{*}\right|^2} \quad (11)$$

这里 K 是散射角采样个数,$\mathrm{RCS}_m^{Calculated}$ 指的是采用传统的统一网格方案(交错网格方案、修正的交错网格方案)的数值解,在本例子中,RCS_m^{*} 指的是 Mie 级数的解.



(a) 网格间距h=0.15λ



(b) 网格间距h=0.2λ

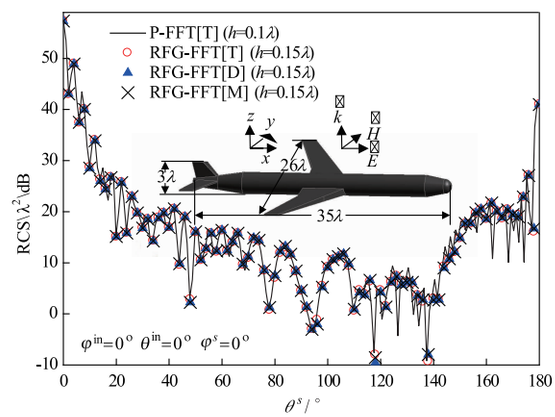
图4 3λ的球的双站RCS数值解与Mie级数解比较

4.2 算例二 PEC 飞机模型

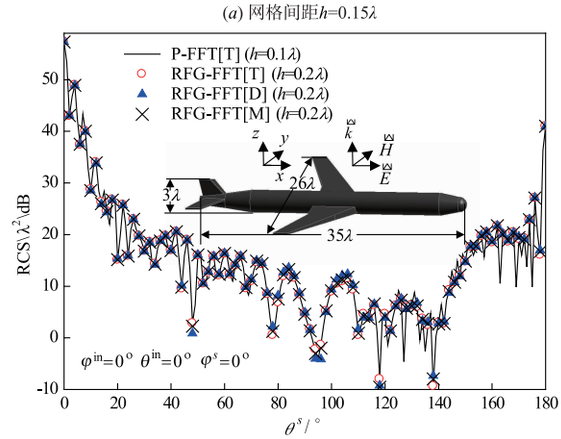
为了验证新方案对一般物体的计算效果,一个 PEC 飞机模型被用来计算散射. 模型表面使用 0.1λ 离散,共计产生 188865 个 RWG 基函数. 分别使用交错网格方案、修正的交错网格方案,以及传统的统一网格方案进行计算. 其计算出来的双站 RCS 曲线与 P-FFT 结合传统的统一网格方案以及参数 h = 0.1λ 时计算的 RCS 曲线相比较,并展示在图 5 中. 从图 5 中,可以看出这些曲线都比较的吻合,说明其方案的正确性. 相关的数据记录在表 3 中,其中的均方根误差函数(RMSE)使用式(11)中的定义,在本例子中 RCS_m^{*} 指的是 P-FFT 结合传统的统一网格方案以及参数 h = 0.1λ 时计算的 RCS.

从上面的图表中,我们可以得到如下的结论:

(1)当我们使用 1.75h 作为交错网格方案以及修正的交错网格方案的近场与远场的门限时,相对于传统的统一网格方案,近场修正矩阵的内存需求减小了 50% ~60%,同时,修正矩阵的填充时间也减小了 50% ~60%,总共的 CPU 时间也减小了约 50%.



(a) 网格间距h=0.15λ



(b) 网格间距h=0.2λ

图5 PEC飞机模型的双站RCS

表 3　采用不同的网格方案计算 RCS 的相关数据

算例	$h(\lambda)$	采用方法	内存(M)			CPU 时间(s)			RMSE
			近场	系数	总共	填充矩阵	每次迭代	总共	
一	0.15	[T]	178.67	40.42	263.75	174	1.49	752	0.121
		[D]	80.20	80.84	206.64	82	1.07	386	0.201
		[M]	80.20	80.84	206.64	82	1.06	384	0.171
	0.2	[T]	295.19	38.60	360.21	219	0.87	686	0.204
		[D]	123.66	77.20	228.22	93	0.59	305	0.346
		[M]	123.66	77.20	228.22	94	0.60	308	0.306
二	0.15	[T]	833.16	184.65	1655.31	769	14.86	3486	0.095
		[D]	376.20	369.30	1387.34	370	14.35	1887	0.273
		[M]	376.20	369.30	1387.34	364	14.32	1890	0.221
	0.2	[T]	1458.26	177.20	1969.53	1061	7.39	3334	0.105
		[D]	599.84	354.40	1292.65	422	6.75	1473	0.406
		[M]	599.84	354.40	1292.65	423	6.77	1477	0.356

(2)虽然新的方案系数矩阵的内存需求是传统的统一网格方案的两倍,但是由于系数矩阵在总的内存中占的比例较小,因此总的内存仍是显著减小了. 特别地,当 $h=0.2\lambda$ 时,采用新的方案结合 RFG-FFT 方法内存减小了约 35%.

(3)新的两个方案虽然在计算的 RCS 时精度略有降低,但能够保持有较高的精度,其结果仍然是可以接受的.

5　结论

本文提出了交错网格方案提高了近元素的拟合精度,在此基础上又提出了修正的交错网格方案,通过对部分网格间的格林函数值进行修正,使得拟合值能在 $d \geqslant 1.75h$ 区间里都保持较高精度,从而减少了近场修正矩阵的元素个数. 数值算例显示,修正的交错网格方案结合 RFG-FFT 在 $h=0.2\lambda$,以 $1.75h$ 为门限时,总的内存需求减小约 35%,总的计算时间减小约 50%,同时保持了较高的计算精度,显著地提高了计算效率.

参考文献

[1] HARRINGTON R F. Field Computation by Moment Methods[M]. New York:Macmillan Book Co,1968.

[2] CHEW W C,JIN J M,MICHIELSSEN E,et al. Fast and Efficient Algorithms in Computational Electromagnetics [M]. Boston,MA,USA:Artech House,2001.

[3] COIFMAN R,ROKHLIN V,WANDZURA S. The fast multipole method for the wave equation:a pedestrian prescription[J]. IEEE Antennas Propag Mag,1993,35(3):7 -12.

[4] BLESZYNSKI M,BLESZYNSKI E,JAROSZEWICZ T. AIM:adaptive integral method for solving large-scale electromagnetic scattering and radiation problems[J]. Radio Sci,1996,31(5):1225 -1251.

[5] PAN S X,WANG C F. Precorrected-FFT method on graphics processing units[J]. IEEE Trans Antennas Propag, 2013,61(4):2099 -2107.

[6] SEUNG M S,LEE J F. A fast IE-FFT algorithm for solving PEC scattering problems[J]. IEEE Trans Magn,2005,41 (5):1476 -1479.

[7] XIE J Y,ZHOU H X,HONG W,et al. A novel FG-FFT method for the EFIE[A]. Proceedings of International Conference on Computational Problem-Solving[C]. Leshan: ICCP,2012. 111 -115.

[8] SARKAR T K,ARVAS E,RAO S M. Application of FFT and the conjugate gradient method for the solution of electromagnetic radiation from electrically large and small conducting bodies[J]. IEEE Antennas Propag Mag,1986,34 (5):635 -640.

[9] LI M M,CHEN R S,WANG H X,et al. A multilevel FFT method for the 3-D capacitance extraction[J]. IEEE Trans Comput Aid D,2013,32(2):318 -322.

[10] MA L F,NIE Z P,He S Q. Combined MLFMA-ACA algorithm application to scattering problems with complex and fine structure[A]. Proceedings of Asia Pacific Microw Conf[C]. Singapore:APMC,2009. 802 -805.

[11] PAN X M,WEI J G,PENG Z,et al. A fast algorithm for multiscale electromagnetic problems using interpolative decomposition and multilevel fast multipole algorithm [J]. Radio Sci,2012,47(1):155 -165.

[12] LI M M,FRANCAVILLA M A,VIPIANA F,et al. A doubly hierarchical MoM for high-fidelity modeling of multiscale structures[J]. IEEE Trans Electromagn C, 2014,56(5):1103 -1111.

[13] YANG K,YILMAZ A E. Comparison of pre-corrected FFT/adaptive integral method matching schemes[J]. Microw Opt Tech Lett,2011,53(6):1368 -1372.

[14] XIE J Y,ZHOU H X,HONG W,et al. A highly accurate FGG-FG-FFT for the combined field integral equation [J]. IEEE Trans Antennas Propag,2013,61(9):4641 -4652.

[15] XIE J Y,ZHOU H X,MU X,et al. P-FFT and FG-FFT with real coefficients algorithm for the EFIE[J]. Journal of Southeast University,2014,30(3):267 -270.

[16] KONG W B,ZHOU H X,ZHEN K L,et al. Analysis of multiscale problems using the MLFMA with the assistance of the FFT-Based method[J]. IEEE Trans Antennas Propag,2015,63(9):4184 -4188.

[17] CHEN Z K,CHAI S L,YANG H,et al. Precorrected-FFT

method for EM scattering from composite metallic-dielectric objects[J]. Chin Sci Bull,2010,55(7):656 – 663.

[18] YIN J,HU J,NIE Z P,et al. floating interpolation stencil topology-based IE-FFT algorithm[J]. Prog Electromagn Research M,2011,16:245 – 259.

[19] FRIGO M,JOHNSON S G. The design and implementation of FFTW3[J]. Proceedings of the IEEE,2005,93(2):216 – 231.

作者简介

谢家烨 男,1980 年 4 月出生,安徽六安人. 2013 年毕业于东南大学信息科学与工程学院,其后在南京工程学院工业中心工作,从事计算电磁学及微波技术方面的有关研究.
E-mail:jiayexie@ njit. edu. cn

庞丽莉 女,1982 年出生于辽宁省,现为南京工程学院工业中心讲师. 研究方向主要包括:网络仪器、无线通信技术、数据恢复等.